

Aplicación de Global Games a Crisis Cambiarias

El efecto Samba en Brasil 1999

Joaquín Martínez

Facultad de Economía y Negocios, Universidad de Chile

10 de junio de 2026

Contenidos

Global Games

Aplicación a Crisis Cambiarias

Brasil 1999

Global Games

¿Qué es un global game?

En un juego de coordinación el pago que un jugador recibe de una acción depende de que los demás jugadores lo acompañen.

	Acción	No Acción
Acción	θ, θ	$\theta - 1, 0$
No Acción	$0, \theta - 1$	$0, 0$

En un juego global θ no es directamente observable, y esto asegura equilibrios únicos.

Multiplicidad de equilibrios bajo información completa

$\theta = 1,5$: Acción **dominante**

	Acción	No Acción
Acción	θ, θ	$\theta - 1, 0$
No Acción	$0, \theta - 1$	$0, 0$

Equilibrio **único**: (A, A) .

$\theta = 0,5$: **multiplicidad**

	Acción	No Acción
Acción	θ, θ	$\theta - 1, 0$
No Acción	$0, \theta - 1$	$0, 0$

Dos equilibrios: (A, A) y (N, N) .

Único equilibrio bajo información imperfecta

Cada jugador i recibe una señal x_i que le informa del pago de actuar.

$$x_i = \theta + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

Esto fija un umbral único x^* y una estrategia simple.

$$s(x_i) = \begin{cases} \text{actuar,} & x_i > x^* \\ \text{no actuar,} & x_i \leq x^*. \end{cases}$$

Lo racional es creer que la proporción que actuará $a \sim \mathcal{U}(0, 1)$.

Bajo las condiciones del modelo y un ruido pequeño el equilibrio es único.

Aplicación a Crisis Cambiarias

¿Cómo funciona un ataque especulativo?

Si la suficiente cantidad de especuladores apuestan en contra de una moneda que sigue el tipo de cambio fijo entonces lo pueden desbaratar

⇒ Los especuladores solo ganan dinero si participaron los suficientes simultáneamente (problema de coordinación).

¿Cómo funciona un ataque especulativo?

Si la suficiente cantidad de especuladores apuestan en contra de una moneda que sigue el tipo de cambio fijo entonces lo pueden desbaratar

⇒ Los especuladores solo ganan dinero si participaron los suficientes simultáneamente (problema de coordinación).

El especulador piensa:

1. Pido un préstamo en Reales brasileños.
2. Vendo Real y compro Dólares.
3. El tipo de cambio fijo cede y el Real se deprecia.
4. Compro Real barato y pago préstamos

Se queda con la diferencia.

Los fundamentales

Mientras más fuertes los fundamentales (reservas, fiscal, credibilidad), más atacantes se necesitan para desestabilizar la paridad.

Bajo información completa hay tres zonas de fundamentales:

- ▶ **Débiles:** la moneda cae aunque ataquen pocos → todos atacan.
- ▶ **Fuertes:** la moneda cae solo si muchos atacan → nadie ataca.
- ▶ **Intermedios:** el éxito depende de que *los suficientes* ataquen → **múltiples equilibrios**.

Modelo de ataque especulativo (Morris y Shin, 1998)

Un continuo de especuladores decide atacar o no.

- ▶ Paridad defendida e^* . Sin defensa, el tipo de cambio flota a la tasa sombra $\zeta(\theta)$.
- ▶ $t > 0$ es el costo de atacar.
- ▶ La cantidad de especuladores necesarios para botar el tipo de cambio es $a(\theta)$, creciente en θ .

El pago de atacar es

$$\pi_A(a, \theta) = \begin{cases} e^* - \zeta(\theta) - t, & a \geq a(\theta) \quad (\text{hay devaluación}) \\ -t, & a < a(\theta) \quad (\text{la paridad resiste}) \end{cases}$$

El pago de no atacar es 0.

Juego con información completa

Bajo información completa, con $a^{-1}(\cdot)$ la inversa de la masa crítica:

- ▶ $\theta < a^{-1}(0)$: atacar dominante.
- ▶ $\theta > a^{-1}(1)$: no atacar dominante.
- ▶ $a^{-1}(0) \leq \theta \leq a^{-1}(1)$: multiplicidad.

Ante la multiplicidad de información completa se propone un Global Game como en Morris y Shin (2003), cada especulador observa x_i .

$$x_i = \theta + \sigma \varepsilon_i$$

Unicidad bajo información imperfecta

Atacar es óptimo si el pago esperado bajo $a \sim U[0, 1]$ es positivo:

$$\underbrace{(1 - a(\theta))}_{\text{prob. de devaluación}} \underbrace{(e^* - \zeta(\theta))}_{\text{ganancia si devalúa}} - t > 0$$

Existe un θ^* en donde es indiferente entre atacar o no:

$$(1 - a(\theta^*)) (e^* - \zeta(\theta^*)) = t$$

La paridad colapsa si los fundamentos θ son más débiles que θ^* .

La decisión del especulador

No observa θ , solo su señal

$$x_i = \theta + \sigma \varepsilon_i.$$

La compara con el umbral x^* :

$$\begin{cases} x_i < x^* & \Rightarrow \text{ataca} \\ x_i \geq x^* & \Rightarrow \text{no ataca} \end{cases}$$

donde x^* es el punto en donde la ganancia esperada vale exactamente cero.

Signalling

Sea R una acción ex ante que abarata la defensa (consolidación fiscal, institucionalidad), esto aumenta $a_R(\theta, R) > 0$.

Se puede mostrar que:

$$\frac{d\theta^*}{dR} < 0.$$

$$\uparrow R \rightarrow \uparrow a^* \rightarrow \downarrow \theta^*$$

Brasil 1999

Brasil 1999: ¿qué pasó?

El **Plano Real** (1994) fijó el tipo de cambio en una banda deslizando para anclar la desinflación. Tras el **default ruso** (ago. 1998), el contagio gatilló fuga de capitales: Brasil pasó a ser “el siguiente”.

Defensa. Selic elevada (35–41 %) para retener capital, y un paquete preventivo del FMI (US\$41,5 mil M: ajuste fiscal más respaldo de confianza).

Colapso (ene. 1999). La moratoria de Minas Gerais (6 ene.) agravó el deterioro fiscal. El 13 ene. una devaluación “controlada” de 8 % no frenó el ataque; el 15 ene. el real flotó libremente y cayó ~40 % en el mes.

Fuente: Fraga (2000), “The Background to Brazil's Crisis”, IMF Finance & Development.

Cómo se relaciona con el modelo

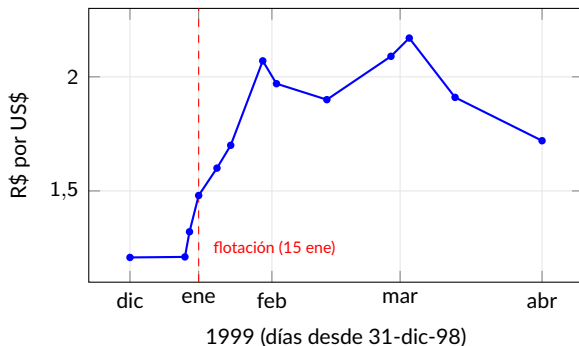
Objeto del modelo	Contraparte en Brasil 1999
θ (fundamentales)	Saldo fiscal, deuda, sobrevaluación, reservas
e^* (paridad)	Banda deslizante del real
$\zeta(\theta)$ (tasa sombra)	Tipo de cambio de flotación
t (costo de atacar)	Diferencial de tasas (Selic)
$a(\theta)$ (masa crítica)	Capacidad de defensa del BC
R (acción ex ante)	Paquete del FMI

- ▶ Fundamentales débiles: cuenta corriente -4% PIB, déficit público $\sim 8\%$, reservas US\$52 $\rightarrow$ 34 mil M $\Rightarrow$ el θ percibido cayó bajo θ^* .
- ▶ El colapso es la **selección única** del equilibrio de ataque ($\theta < \theta^*$), no un salto caprichoso entre equilibrios múltiples.

Fuente: Evangelist & Sathe (2006), "Brazil's 1998–1999 Currency Crisis", Univ. of Michigan.

El colapso del tipo de cambio reptante

Cuando $\theta < \theta^*$, el modelo predice que la paridad cede y el tipo de cambio salta a la tasa sombra $\zeta(\theta)$. La ganancia del especulador es exactamente $e^* - \zeta(\theta)$.



- ▶ $e^* \approx 1,21$ (paridad, dic. 98)
- ▶ 13 ene: devaluación "controlada" de 8 %
→ 1,32. *No frena el ataque.*
- ▶ 15 ene: flotación libre.
- ▶ Pico $\approx 2,17$ (2 mar) → caída acumulada ≈ 65 %.
- ▶ $\zeta(\theta)$ se estabiliza en $\approx 1,72$ (mar.).

Fuente: Federal Reserve, H.10 Historical Rates – Brazil (serie diaria).

Conclusiones y limitaciones

Aportes del enfoque.

- ▶ Convierte una crisis con equilibrios múltiples en una predicción con umbral único.
- ▶ Racionaliza el proceso de toma de decisiones de los especuladores.
- ▶ Da un marco para hacer este tipo de ataques menos probables mediante R .

Limitaciones.

- ▶ Identificar θ^* exige conocer $\zeta(\cdot)$, $a(\cdot)$ y t , difíciles de medir.
- ▶ Un gran especulador rompe la selección independiente del ruido.
- ▶ El paquete de la FMI a Brasil podría interpretarse como un R o bien como una señal pública de fundamentales más débiles.
- ▶ No se modela endógenamente θ , ¿cómo influiría el efecto contagio de Rusia?
- ▶ El Banco Central de Brasil no entra como un jugador estratégico en el modelo

Apéndice técnico

A.1 Información completa: las tres zonas

Con dos jugadores y pagos de la Tabla, el pago de *invertir* es θ si el rival invierte y $\theta - 1$ si no; el de *no invertir* es 0. Comparando filas:

$$\underbrace{\theta}_{\text{si rival } I} \geq 0, \quad \underbrace{\theta - 1}_{\text{si rival } N} \geq 0.$$

- ▶ $\theta > 1$: $\theta - 1 > 0$, invertir es **dominante** (mejor pase lo que pase el rival).
- ▶ $\theta < 0$: $\theta < 0$, no invertir es **dominante**.
- ▶ $\theta \in [0, 1]$: $\theta \geq 0$ pero $\theta - 1 \leq 0$; la mejor respuesta *copia* al rival $\Rightarrow$ dos equilibrios puros (I, I) y (N, N) .

La franja $[0, 1]$ es la **multiplicidad** bajo información completa.

A.2 Mejor respuesta a una estrategia de umbral

Información incompleta: $x_i = \theta + \sigma \varepsilon_i$, con $\varepsilon_i \sim N(0, 1)$ y prior impropio uniforme sobre θ . Entonces

$$\theta \mid x_i \sim N(x_i, \sigma^2), \quad x_j \mid x_i \sim N(x_i, 2\sigma^2).$$

Supongamos que el rival usa una estrategia de umbral k (invierte si $x_j > k$). El pago esperado de invertir, dado x , es

$$\mathbb{E}[\theta \mid x] - \Pr(\text{rival no invierte}) = x - \Phi\left(\frac{k-x}{\sqrt{2}\sigma}\right),$$

porque $\Pr(x_j \leq k \mid x) = \Phi((k-x)/\sqrt{2}\sigma)$. La mejor respuesta es invertir si esto es positivo; el umbral óptimo $b(k)$ es la **única** raíz de

$$x - \Phi\left(\frac{k-x}{\sqrt{2}\sigma}\right) = 0. \quad (2.2)$$

El lado izquierdo crece en x y decrece en k , así que $b(\cdot)$ está bien definida y es creciente.

A.3 Punto fijo y unicidad por dominancia iterada

Equilibrio simétrico. Un umbral k es equilibrio si $k = b(k)$. En $x = k$ se tiene $\Phi(0) = \frac{1}{2}$, de modo que (2.2) queda $k - \frac{1}{2} = 0$, es decir

$$k^* = \frac{1}{2}.$$

Unicidad. Si una estrategia sobrevive n rondas de eliminación de estrategias estrictamente dominadas,

$$s(x) = \begin{cases} \text{Invertir,} & x > b^{n-1}(1) \\ \text{No invertir,} & x < b^{n-1}(0). \end{cases} \quad (2.3)$$

Como b es creciente y su único punto fijo es $\frac{1}{2}$,

$$b^n(0) \nearrow \frac{1}{2}, \quad b^n(1) \searrow \frac{1}{2} \quad (n \rightarrow \infty),$$

y ambas cotas colapsan al mismo umbral. Por tanto el umbral $\frac{1}{2}$ es la **única** estrategia que sobrevive a la dominancia iterada: equilibrio único.

A.4 Continuo de jugadores y creencia Laplaciana I

Con un continuo de jugadores el pago de invertir es $\theta - 1 + I$, donde I es la proporción que invierte; el de no invertir es 0. Si el jugador cree que I se distribuye *uniforme* en $[0, 1]$ (creencia *Laplaciana*), su pago esperado es

$$\mathbb{E}[\theta \mid x] - 1 + \mathbb{E}[I] = x - 1 + \frac{1}{2} = x - \frac{1}{2},$$

así que invierte $\iff x > \frac{1}{2}$: el mismo umbral que antes.

¿Por qué *uniforme*? Si todos usan el umbral x y el estado es θ , la proporción con señal mayor que x es $1 - \Phi((x - \theta)/\sigma)$. Esta proporción es menor que z cuando

$$\theta \leq x - \sigma \Phi^{-1}(1 - z), \quad (2.4)$$

evento cuya probabilidad condicional en x es

$$\Phi\left(\frac{x - \sigma \Phi^{-1}(1 - z) - x}{\sigma}\right) = \Phi(-\Phi^{-1}(1 - z)) = z.$$

La c.d.f. de z es la identidad $\Rightarrow z \sim U[0, 1]$: en el punto de corte la proporción de rivales que invierte es exactamente uniforme, lo que *justifica* la creencia Laplaciana.

A.4 Continuo de jugadores y creencia *Laplaciana* II

Resultado de forma cerrada. Condicional en θ , la proporción que invierte es determinista en el continuo:

$$\hat{\xi}(\theta) = 1 - \Phi\left(\frac{\frac{1}{2} - \theta}{\sigma}\right),$$

creciente en θ y, cuando $\sigma \rightarrow 0$, una función escalón en $\theta = \frac{1}{2}$.

B.1 Crisis cambiarias: los pagos (Morris y Shin, 1998)

Acción 1 = *no atacar*, 0 = *atacar*; sea l la proporción que *no* ataca, de modo que la proporción que ataca es $1 - l$. Hay devaluación si los atacantes alcanzan la masa crítica: $1 - l \geq a(\theta)$, i.e. $l \leq 1 - a(\theta)$. Los pagos son

$$u(1, l, \theta) = 0, \quad u(0, l, \theta) = \begin{cases} e^* - \zeta(\theta) - t, & l \leq 1 - a(\theta) \text{ (devalúa)} \\ -t, & l > 1 - a(\theta) \text{ (resiste)}. \end{cases}$$

La ganancia diferencial $\pi(l, \theta) \equiv u(1, l, \theta) - u(0, l, \theta)$ es

$$\pi(l, \theta) = \begin{cases} \zeta(\theta) + t - e^*, & l \leq 1 - a(\theta) \\ t, & l > 1 - a(\theta), \end{cases}$$

con $\zeta(\cdot)$, $a(\cdot)$ crecientes y $\zeta(\theta) \leq e^* - t$.

B.2 Creencia Laplaciana y el umbral θ^*

Bajo creencia uniforme sobre la proporción que no ataca, $l \sim U[0, 1]$:

$$\int_0^1 \pi(l, \theta) dl = (\zeta(\theta) + t - e^*)(1 - a(\theta)) + t a(\theta) = t - (1 - a(\theta))(e^* - \zeta(\theta)).$$

Atacar es la acción Laplaciana cuando $\int_0^1 \pi dl < 0$, es decir

$$\underbrace{(1 - a(\theta))}_{\text{prob. devaluación}} \underbrace{(e^* - \zeta(\theta))}_{\text{ganancia si devalúa}} > t.$$

El umbral θ^* es el estado de indiferencia:

$$(1 - a(\theta^*))(e^* - \zeta(\theta^*)) = t.$$

El lado izquierdo decrece en θ (más fuertes los fundamentos $\Rightarrow$ menor $1 - a$ y menor $e^* - \zeta$), de modo que la paridad colapsa $\iff \theta < \theta^*$.

B.3 De θ^* al umbral de señal x^*

Cada especulador no observa θ sino $x_i = \theta + \sigma \varepsilon_i$. Como la ganancia esperada de atacar es monótona, existe un umbral de *señal* x^* tal que

$$\text{ataca} \iff x_i < x^*, \quad \text{no ataca} \iff x_i \geq x^*.$$

En el límite de ruido pequeño ($\sigma \rightarrow 0$) la selección es independiente de la forma del ruido y $x^* \rightarrow \theta^*$: observar una señal por debajo de x^* equivale a inferir fundamentos por debajo de θ^* . El umbral x^* es el punto donde la ganancia esperada de atacar vale exactamente cero.

B.4 Señalización: $\frac{d\theta^*}{dR} < 0$

Una acción ex ante R (reservas, línea de crédito, ajuste fiscal) abarata la defensa y eleva la masa crítica: $a = a(\theta, R)$ con $a_R \equiv \partial a / \partial R > 0$. El umbral $\theta^*(R)$ resuelve

$$G(\theta^*, R) \equiv (1 - a(\theta^*, R))(e^* - \zeta(\theta^*)) - t = 0.$$

Por el teorema de la función implícita, con $a_\theta > 0$, $\zeta' > 0$, $e^* - \zeta > 0$:

$$\frac{\partial G}{\partial R} = -a_R(e^* - \zeta) < 0, \quad \frac{\partial G}{\partial \theta} = -a_\theta(e^* - \zeta) - (1 - a)\zeta' < 0,$$

$$\frac{d\theta^*}{dR} = -\frac{\partial G / \partial R}{\partial G / \partial \theta} = -\frac{a_R}{a_\theta + \frac{1 - a}{e^* - \zeta} \zeta'} < 0.$$

Equivalentemente, la caída en la probabilidad de colapso $P(\theta^*(R))$ es $-p(\theta^*) \frac{d\theta^*}{dR} > 0$: un mayor R exige más atacantes y hace **menos probable** el ataque, por un canal puramente estratégico (no porque impida el ataque en una contingencia dada).